**Содержание учебного курса «Практическая математика» в 11 классе**

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

* «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;
* «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;
* «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1. практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
2. математика для использования в профессии;
3. творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Эти направления реализуются в двух блоках требований к результатам математического образования.

* Выпускник **научится** в 10–11-м классах: для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.
* Выпускник **получит возможность научиться** в 10–11-м классах: для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

Обучающиеся, осуществляющие обучение на базовом уровне, должны освоить общие математические умения, необходимые для жизни в современном обществе; вместе с тем они получают возможность изучить предмет глубже, с тем чтобы в дальнейшем при необходимости изучать математику для профессионального применения.

В программе большое внимание уделяется практико-ориентированным задачам. Одна из основных целей – применение математических знаний в жизни.

При изучении математики большое внимание уделяется развитию коммуникативных умений (формулировать, аргументировать и критиковать), формированию основ логического мышления в части проверки истинности и ложности утверждений, построения примеров и контрпримеров, цепочек утверждений, формулировки отрицаний, а также необходимых и достаточных условий. В зависимости от уровня программы больше или меньше внимания уделяется умению работать по алгоритму, методам поиска алгоритма и определению границ применимости алгоритмов. Требования, сформулированные в разделе «Геометрия», в большей степени относятся к развитию пространственных представлений и графических методов, чем к формальному описанию стереометрических фактов.

**Углубленный уровень**

Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции . Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии.

Множества (числовые, геометрических фигур). Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. *Алгебра высказываний.* Связь высказываний с множествами. Кванторы существования и всеобщности.

Законы логики*. Основные логические правила.* Решение логических задачс использованием кругов Эйлера, *основных логических правил.*

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. *Виды доказательств*. *Математическая индукция*. *Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному*. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. q-ичные системы счисления. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот.

Тригонометрические функции числового аргумента , , , . Свойства и графики тригонометрических функций.

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Простейшие показательные уравнения и неравенства. Показательная функция и ее свойства и график. Число  и функция .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция и ее свойства и график.

Степенная функция и ее свойства и график. Иррациональные уравнения.

Первичные представления о множестве комплексных чисел. *Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.*

Метод интервалов для решения неравенств. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

*Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

*Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.*

*Суммы и ряды, методы суммирования и признаки сходимости.*

*Теоремы о приближении действительных чисел рациональными.*

*Множества на координатной плоскости.*

*Неравенство Коши–Буняковского, неравенство Йенсена, неравенства о средних.*

Понятие предела функции в точке*. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших*. Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике*. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных*. *Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных.*

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.Определенный интеграл. *Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла..*

*Методы решения функциональных уравнений и неравенств.*

Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

*Теорема Менелая для тетраэдра*. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

*Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.*

*Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

*Теорема Эйлера.* Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

*Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.*

*Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.*

Площадь сферы.

*Развертка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

*Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

**Содержание учебного курса «Практическая математика» в 11б классе**

|  |  |
| --- | --- |
| **№** | **Тема** |
|  | **Многочлены 16 часов** |
|  | Многочлены от одной переменной. Делимость целых чисел. Делимость многочленов. Деление с остатком. Деление многочленов с остатком. Делимость многочленов. |
|  | Многочлены от одной переменной. Делимость целых чисел. Делимость многочленов. Деление с остатком. Деление многочленов с остатком. Делимость многочленов. |
|  | Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными. |
|  | Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными. |
|  | Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными. |
|  | Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. |
|  | Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. |
|  | Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. |
|  | Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. |
|  | **Входная контрольная работа** |
|  | Уравнения высших степеней |
|  | Уравнения высших степеней |
|  | Уравнения высших степеней |
|  | Уравнения высших степеней |
|  | Уравнения высших степеней |
|  | **К/р № 1 «Многочлены»** |
|  | **Метод координат в пространстве 11 часов** |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | Применение скалярного метода при решении задач. |
|  | **Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств 31 час** |
|  | Равносильность уравнений |
|  | Равносильность уравнений |
|  | Равносильность уравнений |
|  | Равносильность уравнений |
|  | Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. |
|  | Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. |
|  | Равносильность неравенств |
|  | Равносильность неравенств |
|  | Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. |
|  | Решение уравнений и неравенств с модулями |
|  | Решение уравнений и неравенств с модулями |
|  | Решение уравнений и неравенств, содержащие параметр |
|  | Решение уравнений и неравенств, содержащие параметр |
|  | **К/р № 2 «Уравнения и неравенства»** |
|  | Решение иррациональных уравнений и неравенств. |
|  | Решение иррациональных уравнений и неравенств. |
|  | Решение иррациональных уравнений и неравенств. |
|  | Решение иррациональных уравнений и неравенств. |
|  | Решение систем неравенств с одной переменной. |
|  | Решение систем неравенств с одной переменной. |
|  | Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. |
|  | Доказательство неравенств |
|  | Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел. |
|  | Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. |
|  | Решение систем уравнений |
|  | Решение систем уравнений |
|  | Решение систем уравнений |
|  | Решение систем уравнений |
|  | Решение систем уравнений |
|  | Решение систем уравнений |
|  | Решение систем уравнений |
|  | **К/р № 3 «Системы уравнений и неравенств»** |
|  | **Обобщающее повторение 9 часов** |
|  | Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. |
|  | Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены. |
|  | Решение систем уравнений |
|  | **Итоговая контрольная работа** |
|  | Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. |
|  | Решение уравнений и неравенств с модулями |
|  | Решение иррациональных уравнений и неравенств. |
|  | Решение систем неравенств с одной переменной. |
|  | Решение иррациональных уравнений и неравенств. |